Internationales Studienkolleg der Hochschule Kaiserslautern

Semester: Wintersemester 2018/2019

FSP-Teilprüfung: Mathematik T2

Datum: 03.12.2018

Dauer: 90 Minuten

Prüfer: Dr. Jens Siebel, Werner Müller, Jörg Wilhelm

Aufgabe 1

Wir haben die Funktion $f(x) = -\frac{1}{9} \cdot x^4 + \frac{2}{3} \cdot x^2 \quad \mathbb{D}_f = \mathbb{R}$.

a) Bestimmen Sie alle Nullstellen *(2 Punkte)*.

b) Bestimmen Sie alle horizontalen Asymptoten *(1 Punkt)*.

c) Bestimmen Sie alle Hoch- und Tiefpunkte *(3 Punkte)*.

d) Bestimmen Sie alle Wendepunkte *(2 Punkte)*.

e) Bestimmen Sie die Tangentengleichung in $P(3|-3)$ *(2 Punkte)*.

Aufgabe 2

Die Ebene ε ist gegeben durch $\varepsilon: \quad x + 2 \cdot y + z = 8$.

a) Welchen Wert hat $a \in \mathbb{R}$, wenn der Punkt $A(-a|2 \cdot a|2)$ in ε liegt? *(2 Punkte)*

b) Bestimmen Sie die Schnittpunkte von ε mit den Koordinatenachsen *(1 Punkt)*.

c) Bestimmen Sie eine Gerade $\mathcal{G}$, die senkrecht auf ε steht, und die durch den Punkt $B(-1|6|3)$ verläuft *(2 Punkte)*.

d) Bestimmen Sie den Durchstoßpunkt D von $\mathcal{G}$ durch ε *(3 Punkte)*.

e) Bestimmen Sie den Abstand von B und ε *(2 Punkte)*.

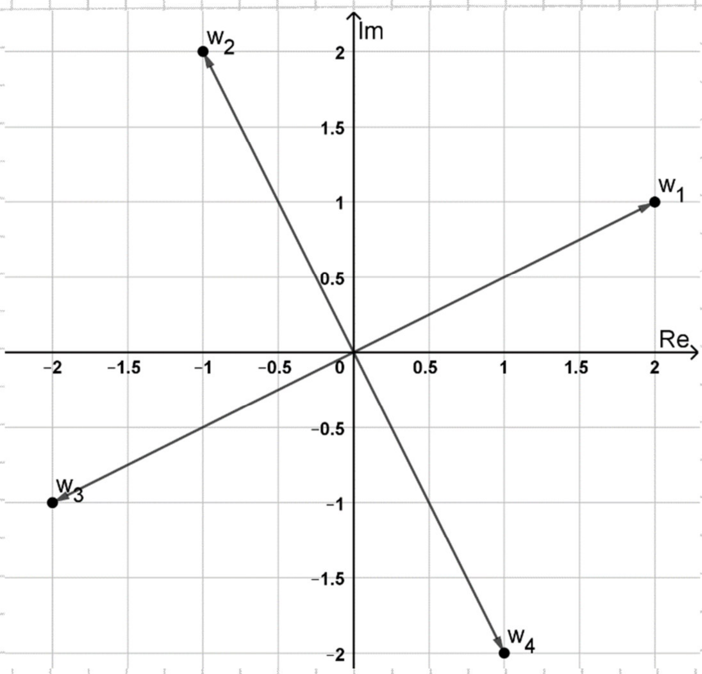
Aufgabe 3

a) Bestimmen Sie die Fläche zwischen $f(x) = -\frac{1}{9} \cdot x^4 + \frac{2}{3} \cdot x^2 \quad \mathbb{D}_f = \mathbb{R}$ und $g(x) = \frac{1}{3} \cdot x^2 \quad \mathbb{D}_f = \mathbb{R}$ im Intervall $\left[-\sqrt{3}; \sqrt{3}\right]$. Rechnen Sie auf drei Nachkommastellen genau *(3 Punkte)*.

b) Zerlegen Sie $f(x) = x^3 + x^2 + 4 \cdot x + 4 \quad \mathbb{D}_f = \mathbb{R}$ in Linearfaktoren *(3 Punkte)*.

c) Welche Werte muss x_B haben, damit $\int_0^{x_B} x \cdot e^{x^2+1} dx = e$ ist? *(4 Punkte)*

Aufgabe 4



Die Abbildung zeigt alle Lösungen von $w^k = z$.

a) Bestimmen Sie z. Rechnen Sie auf drei Nachkommastellen genau *(3 Punkte)*.

b) Berechnen Sie jeweils in kartesischer Form:

b1) $w_1 + w_2$, b2) $w_3 \cdot w_2$, b3) $\frac{w_2}{\overline{w}_4}$, b4) $w_1 - w_2$ *(je 1 Punkt)*.

c) Bestimmen Sie alle Lösungen v von $v^2 = w_2$, und zeichnen Sie diese in ein neues Diagramm. Rechnen Sie auf drei Nachkommastellen genau *(3 Punkte)*.

Aufgabe 5

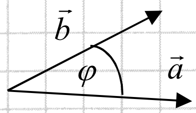
Lösen Sie folgendes Anfangswertproblem:

$f''(x) - 2 \cdot f(x) = x^2 + x \quad f(0) = 0, f'(0) = 0$ *(10 Punkte)*.

Aufgabe 6

Kreuzen Sie bei den Aussagen jeweils „Ja“ oder „Nein“ an.

- +1 Punkt für jede richtige Antwort,
- -1 Punkt für jede falsche Antwort,
- 0 Punkte für jede fehlende Antwort,
- Minimumpunktzahl für die Gesamtaufgabe: 0 Punkte

Aussage		
$A(x_A \mid y_A)$ und $B(x_B \mid y_B)$ haben den Abstand $\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_A - y_B)^2}$.	**Ja**	
	Nein	
An einem Sattelpunkt von $f(x)$ kann gelten: $f'(x) = f''(x) = f'''(x) = 0$.	**Ja**	
	Nein	
Ist $f(x)$ an x_0 nicht differenzierbar, dann ist $f(x)$ an x_0 nie stetig.	**Ja**	
	Nein	
Ein Polynom *n*-ten Grades hat genau *n* reelle Nullstellen.	**Ja**	
	Nein	
Die Ebene $\varepsilon:\quad x + 2 \cdot y = 4$ verläuft parallel zur z-Achse.	**Ja**	
	Nein	
 Für $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \end{pmatrix}$ gilt $a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y = \lvert\vec{a}\rvert \cdot \lvert\vec{b}\rvert \cdot \cos\varphi$.	**Ja**	
	Nein	
Beim Newton-Verfahren gilt: $x_2 = x_1 - \frac{f'(x_1)}{f(x_1)}$.	**Ja**	
	Nein	
$x = -2$ und $x = 2$ sind vertikale Asymptoten von $f(x) = \frac{x^3 - x^2 - 4 \cdot x + 4}{x^2 - 4}$.	**Ja**	
	Nein	
$r(x) = \sin(3 \cdot x) \Rightarrow f_p(x) = 3 \cdot A_c \cdot \cos(x) + 3 \cdot A_s \cdot \sin(x)$.	**Ja**	
	Nein	
Ungerade Funktionen sind symmetrisch zum Nullpunkt.	**Ja**	
	Nein	

(10 Punkte)